# **Текст**

# **Слайд 2 (Введение: постановка задачи)**

Будем называть временной ряд однородным, если его структура постоянна. Если под внешним воздействием в какой-то момент времени ряд терпит возмущение, в его структуре появляется разладка и возникает основная задача обнаружения разладки — найти этот момент возмущения. Под структурой ряда будем понимать подпространство сигнала.

Для обнаружения момента возмущения будем использовать функции обнаружения, основанные на скользящих отрезках рассматриваемого временного ряда и сообщать об обнаружении разладки при превышении функцией некоторого порога.

Будем рассматривать синусоидальные временные ряды, которые в момент Q меняют свою структуру.

Основной целью моей работы является создание системы с автоматическим выбора порога, способной обнаруживать разладку за указанный промежуток временни.

# **Слайд 3 (Введение: обозначения)**

Для этого, введем следующие обозначения.

L - длина окна, характеризующее длину векторов вложения исходного ряда;

F^(1) и F^(2) - базовые и тестовые подряды ряда F\_N длины B и T соответственно;

Обозначим U\_l^(1) - собственные векторы траекторной матрицы ряда F^(1).

I большое - подмножество длины r индексов от 1 до L, где r - ранг ряда. Данное подмножество содержит индексы собственных векторов, принадлежащих сигналу ряда.

Тогда обозначим готической L с индексами r и 1 линейную оболочку, натянутую на собственные векторы сигнала.

А X\_1, …, X\_k2 с верхним индексом 2 - векторы вложений длины L ряда F^2

# **Слайд 4 (Введение: индекс неоднородсноти)**

В таких обозначениях, индекс неоднородности задается как сумма по всем векторам вложений нормированных дистанций между векторами вложения тестового ряда и подпространством сигнала и характеризует несоответствие между рядом F^2 и структурой ряда F^1, описываемой подпространством L\_r.

Рассматривая в качестве базовых и тестовых рядов все подряды ряда F\_N мы получаем матрицу неоднородности.

# **Слайд 5 (Введение: функции обнаружения разладки)**

Подмножества этой матрицы и являются функциями обнаружения неоднородности:

Строковая, где фиксирован базовый подряд, а тестовые итеративно смещаются;

В столбцовой, наоборот, базовые отрезки смещаются а тестовый фиксирован;

Диагональная, где базовый и тестовый отрезки смещаются вместе и симметричная, где базовый совпадает с тестовым.

# **Слайд 6 (Сравнение функций обнаружения)**

Имея 4 функции обнаружения, установим, какая из них является лучшей в смысле момента преодоления порога gamma^\* и скорости роста. Для этого сравним их численно и зададим неоднородность ряда F\_N четырьмя способами - фазовым сдвигом, выбросом, изменением амплитуды и частоты.

# **Слайд 7 (Сравнение функций обнаружения)**

Для численного эксперимента были выбраны следующие параметры:

Длина ряда N = 700, момент нарушения однородности Q = 301, длина окна L=60, дисперсия шума \sigma^2 = 0.25.

До момента Q частота omega\_1 задавалась как 0.1, фазовый сдвиг phi\_1 = 0, амплитуда C\_1 = 1. После момента Q частота omega\_2 равна 0.2, фазовый сдвиг pi/2, а амплитуда C\_2 = 2.

Все варианты задания неоднородности рассматривались отдельно.

На данном изображении вид функций обнаружения при одной реализации шума.

Численные тесты показали, что лучшими являются диагональная и строковая функция обнаружения.

Мы будем изучать только строковую поскольку она вычислительно наименее затратна, в силу фиксирования подпространства сигнала и перебора векторов вложений для подсчета индекса неоднородности.

# **Слайд 8 (Аппроксимация индекса неоднородности)**

Рассмотрим ряд F\_N с неоднородностью, заданную изменением частоты. Попробуем упростить индекс неоднородности g, чтобы получить в явном виде, как частоты до и после разладки влияют на его значение.

В результате анализа я получил формулу, указанную на слайде. Причем для достаточно больших L и K\_2 аппроксимация достаточно точна.

# **Слайд 9 (Аппроксимация индекса однородности: точность аппроксимации)**

На первом графике показано поведение индекса неоднородности и его аппроксимации при стремлении частот друг к другу. На оси x показаны значения частоты omega\_2, на оси y значения индексов. По кривым видно, что полученная формула повторяет поведение индекса неоднородности.

На втором графике показана зависимость индекса неоднородности и его аппроксимации от значений L. По кривым видно, что с ростом L оба значения сходятся друг к другу.

# **Слайд 10 (Аппроксимация переходного интервала)**

Поскольку мы получили формулу, аппроксимирующую значения индекса неоднородности по указанным частотам до и после разладки, для построения порога срабатывания разрабатываемой системы, нам надо оценить поведение переходного интервала функции обнаружения.

При маленьком L, по отношению к T, переходный интервал ведет себя линейно. На графике синяя линия соответствует значению L=10 и на переходном интервале функция неоднородности ведет себя примерно линейно.

# **Слайд 11 (Система обнаружения момента возмущения)**

Принимая во внимание линейность переходного интервала и наличие аппроксимации индекса неоднородности, перейдем к задаче построения системы.

Задача ставилась следующая — создать систему, способную обнаружить разладку в синусоидальных временных рядах за заданный промежуток времени. Причем разладку, порожденную изменением частоты сигнала. Сигнал о моменте возмущения подается при превышении функции обнаружения порога gamma^\*.

Описание системы представлено на слайде.

На вход подается ряд F\_N, промежуток k за который нужно определить разладку и минимальное для обнаружения раздладки отклонение от начальной частоты delta\_{min}. Введем также требование к ряду - его первая четверть должна быть однородной. Можно расценивать это как наличие неких исторических данных, на которых оценивается начальная частота ряда и нижняя граница порога gamma\_{min}.

Оценивать нижнюю границу порога необходимо для минимизации ложных срабатываний системы, так как значения индекса неоднородности до разладки зависят от дисперсии шума. Я решил взять значение третьего квартиля.

В качестве значения самого порога gamma^\* берем значение прямой в точке k, соединяющей gamma\_{min} и аппроксимации индекса неоднородности g\_a(omega\_1, omega\_{min}). Численно проверено что значение аппроксимации индекса однородности для суммы и разности во втором аргументе при достаточно большом L равны.

# **Слайд 12 (Система обнаружения момента возмущения: пример работы)**

На данном графике показан пример работы системы. Кривая a с индексом n-1 до момента Q равна значению gamma\_{min}, после переходного интервала равна значению g\_a(omega\_1, omega\_{min}), а переходный интервал - прямая, соединяющая эти 2 значения.

При параметрах, указанных на изображении, значение строковой функции неоднородности превзошло порог gamma^\* за указанный промежуток k и система справилась со своим основным требованием.

# **Слайд 13 (Оценка качества системы)**

Для оценки системы введем введем следующие характеристики.

Будем считать, что произошло ложноположительное обнаружение неоднородности если Q c крышкой меньше Q . Если Q c крышкой лежит в отрезке от Q до Q+k, то у нас точное обнаружение . Если же Q c крышкой больше Q+k, то произошло ложноотрицательное обнаружение неоднородности.

Промоделировав 200 реализаций шума будем характеризовать систему с точки зрения вероятности ложноположительного, точного и ложноотрицательного обнаружений.

# **Слайд 14 (Оценка системы: параметр T)**

По введенным метрикам оценим свободные для выбора параметры системы. Начнем с параметра T.

На слайде представлены графики оценки системы. На оси x указаны значения порогов от 0 до 1. Вертикальная прямая соответствует выбранному системой порогу gamma^\*.

На верхнем графике значение параметра T = 70, на нижнем 130.

По графикам видно, что при уменьшении параметра T вероятность точного обнаружения увеличивается.

# **Слайд 15 (Оценка системы: T - L)**

При дальнейшем исследовании зависимости работы системы от параметра T было обнаружено, что при маленьком значении разности T и L скорость роста функции обнаружения на переходном интервале становится быстрее линейной, что обуславливает повышение вероятности точного обнаружения.

# **Слайд 16 (Оценка системы: параметр B)**

Параметр B также влияет на устойчивость системы и его уменьшение может увеличить вероятность ложного срабатывания системы. Чем больше B, тем точнее определяется подпространство сигнала и до момента Q значения строковой функции обнаружения неоднородности имеют меньший разброс. Это мы и наблюдаем на графиках, где изображены строковые функции обнаружения неоднородности для разных реализаций шума. На верхнем графике значение параметра B = 90, на нижнем 200.